

Übungsblatt 8

Rechnerarchitektur im Sommersemester 2023

Zu den Modulen G, H und I

Abgabetermin: 18.06.2023, 18 Uhr
Besprechung: 19.06.2023 - 23.06.2023

Aufgabe Ü1: Zahlendarstellung

(12 Pkt.)

- a. Geben Sie die 1er- und 2er-Komplementdarstellung der folgenden Zahlen unter der Annahme an, dass 8 Bit **inklusive** des Vorzeichenbits zur Verfügung stehen.
 - (i) 0
 - (ii) -75
 - (iii) 127
- b. Berechnen Sie in der 1er- und 2er-Komplementdarstellung folgende Differenzen unter der Annahme, dass 8 Bit **inklusive** des Vorzeichenbits zur Verfügung stehen. Achten Sie darauf, dass der Rechenweg ersichtlich ist.
 - (i) $52 - 46$
 - (ii) $64 - 32$
 - (iii) $-43 - 85$
- c. Nennen Sie zwei Vorteile, die sich bei der Zweierkomplementdarstellung von Binärzahlen gegenüber der Vorzeichen/Betrag-Darstellung (sign/magnitude) in Rechnern ergeben.
- d. Gegeben seien die Zahlen $u = 100110$ und $v = 101111$ in Zweierkomplementdarstellung auf Basis von 6 Bit. Addieren Sie diese beiden Zahlen und achten Sie auf einen nachvollziehbaren Rechenweg. Hat bei der Addition ein Überlauf stattgefunden?

Aufgabe Ü2: Gleitkommazahlen

(9 Pkt.)

Geben Sie die Darstellung folgender Zahlen als Gleitkommazahl nach IEEE 754 in einfacher (32-Bit) und doppelter (64-Bit) Genauigkeit an. **Achtung:** Der Rechenweg muss ersichtlich sein!

- $(14, 5)_{10}$
- $(0, 1)_{10}$
- $(\frac{-2}{3})_{10}$

Aufgabe Ü3: Quine-McCluskey

(9 Pkt.)

- Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung des Algorithmus von Quine-McCluskey:

$$f(x) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2x_3x_4 + x_1x_2x_3\bar{x}_4$$

Geben Sie dabei alle notwendigen Schritte an!

- Berechnen Sie die Kosten K_1 vor und K_2 nach der Optimierung. Wie viel kann an Kosten eingespart werden? Gehen Sie davon aus, dass die Gatter AND und OR jeweils Kosten von 1 verursachen, wobei NOT Gatter vernachlässigt werden können.
- Begründen Sie, ob in diesem Beispiel auch eine Optimierung mittels Karnaugh-Diagrammen möglich wäre.

Aufgabe Ü4: Einfachauswahlaufgabe: Boolesche Algebra

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe explizit die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Bei welcher Belegung (x_1, x_2, x_3, x_4) ergibt die Boolesche Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \vee \bar{x}_4$ den Wert 1?			
(i) (1, 0, 0, 0)	(ii) (0, 1, 1, 0)	(iii) (0, 0, 1, 1)	(iv) (0, 1, 0, 1)
b) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der NOR-Operator (\downarrow) den Wert 1?			
(i) (0, 1)	(ii) (1, 1)	(iii) (1, 0)	(iv) (0, 0)

c) Welche der folgenden Wertetabellen beschreibt die NOR-Funktion ($y = \overline{a + b}$)?																																																															
(i)	(ii)	(iii)	(iv)																																																												
<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	0																																																													
1	0	0																																																													
1	1	0																																																													
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	1																																																													
1	0	1																																																													
1	1	1																																																													
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	1																																																													
1	0	0																																																													
1	1	0																																																													
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	1																																																													
1	0	1																																																													
1	1	0																																																													
d) Welche der folgenden Wertetabellen beschreibt die NAND-Funktion ($y = \overline{a \cdot b}$)?																																																															
(i)	(ii)	(iii)	(iv)																																																												
<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>a</th><th>b</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	1																																																													
1	0	1																																																													
1	1	0																																																													
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	1																																																													
1	0	1																																																													
1	1	1																																																													
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	1																																																													
1	0	0																																																													
1	1	0																																																													
a	b	y																																																													
0	0	1																																																													
0	1	0																																																													
1	0	0																																																													
1	1	0																																																													
e) Ein Encoder besitzt die umgekehrte Funktionalität bezüglich eines Decoders. Angenommen ein Encoder hat 2^n Eingänge, von denen zu jedem Zeitpunkt genau einer mit einer 1 belegt ist. Wie viele Ausgänge muss der Encoder zur Umsetzung seiner Funktionalität besitzen?																																																															
(i) n	(ii) $\frac{2^n}{2}$	(iii) $2 \cdot n$	(iv) 2^n																																																												