

Übungsblatt 5

Rechnerarchitektur im SoSe 2020

Zu den Modulen C, D, H

Abgabetermin: 26.05.2020, 23:59 Uhr

Besprechung: Besprechung der Übungsaufgaben in den Übungsgruppen vom 01. – 05. Juni 2020

Aufgabe Ü11: Quine-McCluskey

(10 Pkt.)

Gegeben ist die folgende boolesche Funktion:

$$f(x) = x_1x_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$$

Die Funktion $f(x)$ soll mit Hilfe des Algorithmus von Quine-McCluskey vereinfacht werden. Der Beginn der Vereinfachung durch den Algorithmus von Quine-McCluskey ist bereits wie folgt gegeben:

Bestimmung der Implikanten

Gruppe	Minterm	Einschl. Index
0	$x_1x_2x_3x_4$	1111 = 15
1	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	1011 = 11
2	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	1001 = 09
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	0011 = 03
3	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	0100 = 04
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	0010 = 02
	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	0001 = 01

Verkürzung der Implikanten

Gruppe	Implikant	Einschl. Index
0	$x_1\bar{x}_3x_4$	1*11 = 11, 15
1	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	10*1 = 9, 11
	$\bar{x}_2x_3x_4$	*011 = 3, 11
2	$\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	*001 = 9, 1
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	001* = 2, 3
	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	00*1 = 1, 3
3	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	0100 = 4

- a. Geben Sie die noch fehlenden Schritte des Algorithmus von Quine-McCluskey an! Jeder Ihrer Schritte muss klar nachvollziehbar sein! Geben Sie insbesondere auch die resultierende Primimplikantentabelle an.

- b. Geben Sie die minimierte Funktion an.
- c. Bestimmen Sie die Kosten der Realisierung dieser Funktion vor und nach der Optimierung.

Aufgabe Ü12: Einfachauswahlaufgabe: Boolesche Algebra und Multiplexer

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Welche der folgenden Mengen an Booleschen Funktion ist nicht funktional vollständig?																							
(i) {AND, NOT}	(ii) {AND, OR}	(iii) {OR, NOT}	(iv) {NAND}																				
b) Angenommen ein Multiplexer hat 512 (Nutz-)Eingänge. Wie viele Steuereingänge werden benötigt, um die (Nutz-)Eingänge einzeln selektieren zu können?																							
(i) 9	(ii) 512	(iii) 3	(iv) 256																				
c) Wie lautet das Komplementärgesetz zur Manipulation logischer Gleichungen?																							
(i) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$	(ii) $a + b = b + a$	(iii) $(a + b) + c = a + (b + c)$	(iv) $a + \bar{a} = 1$																				
d) Welcher der folgenden Booleschen Terme ist äquivalent zu $(x_1 \cdot x_2) + x_1 + x_3$?																							
(i) $(x_1 x_2 x_3) \cdot (x_1 \bar{x}_2 x_3)$	(ii) $(x_1 + x_2 + x_3) + (x_1 \bar{x}_2 x_3)$	(iii) $(\bar{x}_1 x_2 x_3) + (x_1 \bar{x}_2 x_3)$	(iv) $(x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 + \bar{x}_2 + x_3)$																				
e) Sei folgende Wahrheitstafel einer Booleschen Funktion $f : B^2 \rightarrow B$ gegeben. Welcher Ausdruck entspricht nicht dieser Funktion?																							
<table border="1"> <thead> <tr> <th>i</th> <th>x_1</th> <th>x_2</th> <th>$f(x_1, x_2)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>				i	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$	0	0	0	1	1	0	1	0	2	1	0	1	3	1	1	1
i	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$																				
0	0	0	1																				
1	0	1	0																				
2	1	0	1																				
3	1	1	1																				
(i) $f(x_1, x_2) = (x_1 + \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$	(ii) $f(x_1, x_2) = \overline{(\bar{x}_1 \cdot x_2)}$	(iii) $f(x_1, x_2) = \overline{(\bar{x}_1 \cdot x_1) \cdot x_2}$	(iv) $f(x_1, x_2) = x_1 + \bar{x}_2$																				