

Rechnerarchitektur im Sommersemester 2019

Übungsblatt 7

Abgabetermin: 17.06.2019, 12:00 Uhr

Besprechung: Besprechung der T-Aufgaben in den Tutorien vom 12. – 14. Juni 2019
Besprechung der H-Aufgaben in den Tutorien vom 17. – 21. Juni 2019

Aufgabe 34: (T) Quine-McCluskey

(– Pkt.)

- Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung des Algorithmus von Quine-McCluskey:
 $f(x) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$
Geben Sie dabei alle notwendigen Schritte an!
- Berechnen Sie die Kosten vor und nach der Optimierung. Wie viel kann an Kosten eingespart werden?
- Begründen Sie, ob in diesem Beispiel auch eine Optimierung mittels Karnaugh-Diagrammen möglich wäre.

Aufgabe 35: (T) Darstellung ganzer Zahlen

(– Pkt.)

- Geben Sie die folgenden Dezimalzahlen als Dualzahlen in ihrer 1er-Komplement-, 2er-Komplement- und in Sign/Magnitude-Darstellung an (jeweils 10 Bit). Bei der Sign/Magnitude-Darstellung wird das hochwertigste Bit als Vorzeichen interpretiert: $(b_9 \dots b_1 b_0)_2 = (-1)^{b_9} * \sum_{i=0}^8 b_i 2^i$
 - $(123)_{10}$
 - $(-123)_{10}$
- Wandeln Sie folgende Dualzahlen in ihre Dezimaldarstellung um. Interpretieren Sie die Dualzahlen jeweils als in 1er- und 2er-Komplement-Darstellung sowie in Sign/Magnitude-Darstellung gegeben.
 - $(1111101011)_2$
 - $(0001011010)_2$

- c. Geben Sie jeweils in 1er- und 2er-Komplement-Darstellung und in Sign/Magnitude-Darstellung bei Verwendung von 10 Bits an:
- die größte darstellbare positive Zahl,
 - die kleinste darstellbare positive Zahl,
 - die größte darstellbare negative Zahl (d.h. die negative Zahl, die den geringsten Abstand zur Null hat),
 - die kleinste darstellbare negative Zahl (d.h. die negative Zahl, die den größten Abstand zur Null hat),
 - die Zahl Null.
- d. Gibt es einen Unterschied zwischen „2er-Komplement“ und „2er-Komplement-Darstellung“? Wenn ja, welchen?

Aufgabe 36: (T) Addition von Dualzahlen

(– Pkt.)

In dieser Aufgabe sollen die Grundlagen der Addition in Einer- bzw. Zweierkomplement-Darstellung vertieft werden. Verwenden Sie zur binären Darstellung sämtlicher vorkommenden Zahlen jeweils 8 Bits.

- a. Gegeben seien die Zahlen $(-17)_{10}$ sowie $(7)_{10}$.
- Geben Sie die Einerkomplement-Darstellung der beiden Zahlen an.
 - Geben Sie die Zweierkomplement-Darstellung der beiden Zahlen an.
- b. Addieren Sie die Zahlen $(-17)_{10}$ und $(7)_{10}$ binär. Verwenden Sie dazu
- die Einerkomplement-Darstellung.
 - die Zweierkomplement-Darstellung.
- c. Addieren Sie nun die Zahlen $(-56)_{10}$ und $(-72)_{10}$ binär. Verwenden Sie dazu
- die Einerkomplement-Darstellung.
 - die Zweierkomplement-Darstellung.

Beantworten Sie zusätzlich jeweils die Frage, ob ein Überlauf stattgefunden hat. Begründen Sie ihre Antwort kurz.

Aufgabe 37: (H) Quine–McCluskey vs. Karnaugh

(13 Pkt.)

- a. Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung des Algorithmus von Quine-McCluskey:
- $$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2\bar{x}_3x_4 + x_1x_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$$
- Geben Sie dabei **alle** notwendigen Schritte an!
- b. Gegeben sei nun die Wahrheitstabelle der Funktion $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$, die jedoch für einige Eingaben undefiniert ist. In solchen Zeilen ist das Ergebnis mit \square markiert:

	x_1	x_2	x_3	x_4	$g(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	<input type="checkbox"/>
2	0	0	1	0	<input type="checkbox"/>
3	0	0	1	1	<input type="checkbox"/>
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	<input type="checkbox"/>
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	<input type="checkbox"/>
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	<input type="checkbox"/>

Minimieren Sie die Funktion unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms grafisch. Kennzeichnen sie **alle** Blöcke innerhalb Ihres Karnaugh-Diagramms, die Sie für Ihre Vereinfachung verwenden! Fassen Sie dabei möglichst viele Felder zusammen. Geben Sie abschließend die minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

- c. Nennen Sie den wesentlichen Vorteil des Quine-McCluskey Verfahrens im Vergleich zum Karnaugh-Diagramm!

Aufgabe 38: (H) Addition von Dualzahlen

(9 Pkt.)

Beantworten Sie folgende Fragen im Bezug auf die 2er-Komplement-Darstellung ganzer Zahlen:

- a. Geben Sie
- die größte darstellbare Zahl,
 - die kleinste darstellbare Zahl,
 - sowie die Null
- unter Verwendung von 8 Bit an.
- b. Es seien die Zahlen $(-31)_{10}$ sowie $(81)_{10}$ gegeben.
- Geben Sie die Zweierkomplement-Darstellung der beiden Zahlen an. Verwenden Sie hierfür jeweils 8 Bits.
 - Addieren Sie die beiden Zahlen binär. Der Rechenweg muss klar ersichtlich sein!
- c. Folgende Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung sind gegeben: 10011100 und 10010010.
- Addieren Sie die beiden Zahlen. **Achtung:** Der Rechenweg muss ersichtlich sein!
 - Hat bei der Addition ein Überlauf (Overflow) stattgefunden? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.
- d. Folgende Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung sind gegeben: 10011100 und 01110110. Wird bei der Addition dieser Zahlen ein Überlauf stattfinden? Bitte begründen Sie Ihre Antwort **ohne** das Ergebnis konkret zu berechnen.

Aufgabe 39: (H) Einfachauswahlaufgabe: Zahlendarstellung

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Welche der folgenden Antworten entspricht der Einerkomplementdarstellung der Dezimalzahl -74 (unter Verwendung von 8 Bit)?											
(i) 10111100	(ii) 11000011	(iii) 10110101	(iv) 10110110								
b) Welche der folgenden Dezimalzahlen hat zwei Darstellungen in der Einerkomplementdarstellung?											
(i) 0	(ii) 1	(iii) -1	(iv) 2								
c) Welche der folgenden Antworten entspricht der Zweierkomplementdarstellung der Dezimalzahl -97 (unter Verwendung von 8 Bit)?											
(i) 10110110	(ii) 10011111	(iii) 10011110	(iv) 11111111								
d) Wie lautet die kleinste Dezimalzahl, die in der Zweierkomplementdarstellung darstellbar ist, wenn 6 Bit zur Darstellung zur Verfügung stehen?											
(i) -64	(ii) -63	(iii) -32	(iv) -31								
e) Wie lautet das dezimale Ergebnis der Addition der folgenden in Zweierkomplementdarstellung gegebenen Binärzahlen?											
<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;"></td> <td style="padding-left: 10px;">10110001</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; text-align: center;">+</td> <td style="padding-left: 10px;">00110100</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; text-align: center;">Übertrag</td> <td style="padding-left: 10px;">_____</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; text-align: center;">Ergebnis</td> <td style="padding-left: 10px;">_____</td> </tr> </tbody> </table>					10110001	+	00110100	Übertrag	_____	Ergebnis	_____
	10110001										
+	00110100										
Übertrag	_____										
Ergebnis	_____										
(i) 1	(ii) 27	(iii) -1	(iv) -27								