

Rechnerarchitektur im Sommersemester 2019

Übungsblatt 4

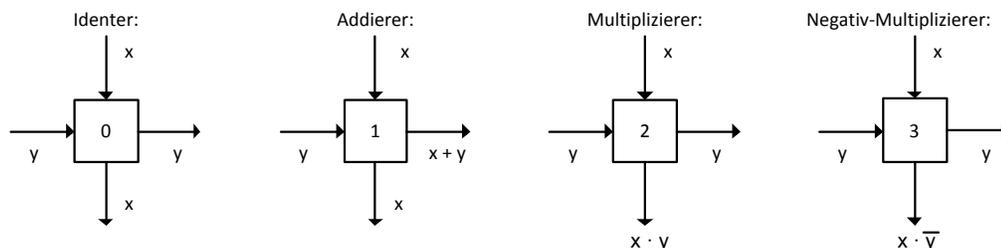
Abgabetermin: 27.05.2019, 12:00 Uhr

Besprechung: Besprechung der T-Aufgaben in den Tutorien vom 20. – 24. Mai 2019
 Besprechung der H-Aufgaben in den Tutorien vom 27. – 31. Mai 2019

Aufgabe 18: (T) Programmierbare logische Arrays

(– Pkt.)

- a. Erläutern Sie kurz die grundlegende Idee eines PLAs!
- b. Erläutern Sie, was es bedeutet, wenn Eingänge
 - (i) neutralisiert werden!
 - (ii) gesperrt werden!
- c. Ein normiertes PLA besteht aus einer Und-Ebene und aus einer Oder-Ebene. Erklären Sie diese beiden Begriffe kurz. Ausgehend von einem 5-mal-4-PLA: Wie groß werden Und- und Oder-Ebene jeweils, wenn durch das PLA eine dreistellige Boolesche Funktion realisiert werden soll?
- d. Intern ist jedes PLA gitterförmig verdrahtet, wobei sich an jedem Kreuzungspunkt von zwei Drähten einer von vier möglichen Bausteinen befindet. Diese Bausteine sind:



Zeichnen Sie das Schaltbild für jeden der vier Bausteine. Verwenden Sie dazu Und-, Oder- und Nicht-Gatter!

- e. Gegeben sei die folgende Boolesche Funktion

$$f : B^3 \rightarrow B^2, f(x, y, z) = (x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge z), (x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge \neg y \wedge z).$$

Realisieren Sie diese Funktion durch ein normiertes PLA, welches aus der minimal möglichen Anzahl an Zeilen und Spalten besteht. Verwenden Sie ausschließlich die in Aufgabenteil d)

gegebenen Bausteine vom Typ 0 bis 3. Kennzeichnen Sie in Ihrer Skizze die Und- und die Oder-Ebene. Markieren Sie gesperrte und neutralisierte Eingänge. Beschriften Sie jeden Pfeil (sowohl ausgehende als auch die innerhalb des PLAs) mit der jeweils anliegenden logischen Funktion.

Aufgabe 19: (T) Minimierung mittels Karnaugh

(– Pkt.)

Minimieren Sie folgende Funktionen mit Hilfe des Karnaugh-Diagramms.

Geben Sie dabei sowohl das jeweilige gezeichnete Karnaugh-Diagramm, als auch die zugehörige minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

a. $y_1 = (x_1 x_2 \bar{x}_3) + (x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3) + (x_1 \bar{x}_2 x_3) + (x_1 x_2 x_3)$

b. $y_2 = (\bar{x}_2 x_3 x_4) + (\bar{x}_1 x_2 x_3 x_4) + (x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) + (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) + (\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4) + (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4) + (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4)$

Aufgabe 20: (T) Schaltfunktion

(– Pkt.)

Gegeben ist folgende Wahrheitstabelle:

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

- Geben Sie die Schaltfunktion von f in disjunktiver Normalform (DNF) an.
- Vereinfachen Sie die Funktion unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms.
- Nehmen Sie an, dass die Wahrheitstabelle wie oben gegeben ist, jedoch ohne die letzte Zeile. Das heißt, die neue Funktion f' ist auf dem Eingabe-4-Tupel (a=1, b=1, c=1, d=1) undefiniert. Wie wirkt sich das auf Ihre Möglichkeiten aus, die neue Funktion f' zu vereinfachen? Verdeutlichen Sie Ihre Antwort an einem neuen Karnaugh-Diagramm, und geben Sie eine möglichst einfache Darstellung von f' an.

Aufgabe 21: (H) Resolutionsregel

(4 Pkt.)

Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung der Resolutionsregel soweit wie möglich:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4$$

Geben Sie dabei **alle** notwendigen Zwischenschritte an!

Aufgabe 22: (H) Optimierung von Schaltnetzen

(11 Pkt.)

- a. Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle einer Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$.
Leiten Sie aus dieser Wahrheitstabelle die Schaltfunktion in ihrer vollständigen konjunktiven Normalform (**KNF**) her.

	x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

- b. Im Folgenden ist die Wahrheitstabelle der Funktion $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ gegeben.
Minimieren Sie die Funktion g unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms grafisch. Kennzeichnen Sie **alle** Blöcke innerhalb Ihres Karnaugh-Diagramms, die Sie für Ihre Vereinfachung verwenden! Geben Sie abschließend die minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

	x_1	x_2	x_3	x_4	$g(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

Aufgabe 23: (H) Einfachauswahlaufgabe: Optimierung von Schaltnetzen

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Wie lautet das Komplementärgesetz zur Manipulation logischer Gleichungen?			
(i) $a + b = b + a$	(ii) $(a + b) + c = a + (b + c)$	(iii) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$	(iv) $a + \bar{a} = 1$
b) Wie viele Felder enthält das Karnaugh-Diagramm einer Booleschen Funktion $f : B^3 \rightarrow B$?			
(i) 8	(ii) 4	(iii) 2	(iv) 1
c) Die Reihenfolge der Beschriftung eines Karnaugh-Diagramms erfolgt so, dass sich zwei zyklisch benachbarte Spalten oder Zeilen nur in...			
(i) zwei Komponenten (Variablen) unterscheiden.	(ii) genau einer Komponente (Variable) unterscheiden.	(iii) keiner Komponente (Variable) unterscheiden.	(iv) in allen Komponenten (Variablen) unterscheiden.
d) Es kann sein, dass nicht alle 2^n Argumente einer Booleschen Funktion $f : B^n \rightarrow B$ ($n \geq 1$) auftreten können. Wie bezeichnet man die Argumente einer solchen partiellen Funktion f , für die der Funktionswert nicht festgelegt ist?			
(i) Don't Know	(ii) Don't Panic	(iii) Don't Worry	(iv) Don't Cares
e) Angenommen ein Multiplexer hat 512 (Nutz-)Eingänge. Wie viele Steuereingänge werden benötigt, um die (Nutz-)Eingänge einzeln selektieren zu können?			
(i) 9	(ii) 256	(iii) 512	(iv) 3