Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Mobile und Verteilte Systeme
Prof. Dr. Claudia Linnhoff-Popien

Rechnerarchitektur im Sommersemester 2019
Übungsblatt 2

Abgabetermin: 13.05.2019, 12:00 Uhr

Besprechung: Besprechung der T-Aufgaben in den Tutorien vom 06. – 10. Mai 2019
Besprechung der H-Aufgaben in den Tutorien vom 13. – 17. Mai 2019

Aufgabe 6: (T) Funktionstabelle

(– Pkt.)

Gegeben sei folgende Booleschen Funktion $f(a, b, c) = a \wedge b \wedge (a \vee \overline{c})$. Füllen Sie folgende Funktionstabelle aus:

a	b	c	$f(a, b, c) = a \wedge b \wedge (a \vee \overline{c})$

Aufgabe 7: (T) Boolesche Algebra

(– Pkt.)

Beweisen Sie unter Verwendung des Kommutativ-, Distributiv-, Identitäts- und Komplementärgesetzes (und nur mit diesen alleine) die Gültigkeit folgender Aussagen (Es reicht also nicht die Eigenschaften für {0, 1} zu zeigen!). Hinweis: Sie können bereits bewiesene Aussagen verwenden, um darauf folgende Aussagen zu beweisen.

a. Idempotenz

(i) $a \cdot a = a$ bzw. (ii) $a + a = a$

b. Null- und Einsgesetz

(i) $a \cdot 0 = 0$ bzw. (ii) $a + 1 = 1$

c. Absorptionsgesetz

(i) $a \cdot (a + b) = a$ bzw. (ii) $a + (a \cdot b) = a$

Aufgabe 8: (T) Decoder

(– Pkt.)

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

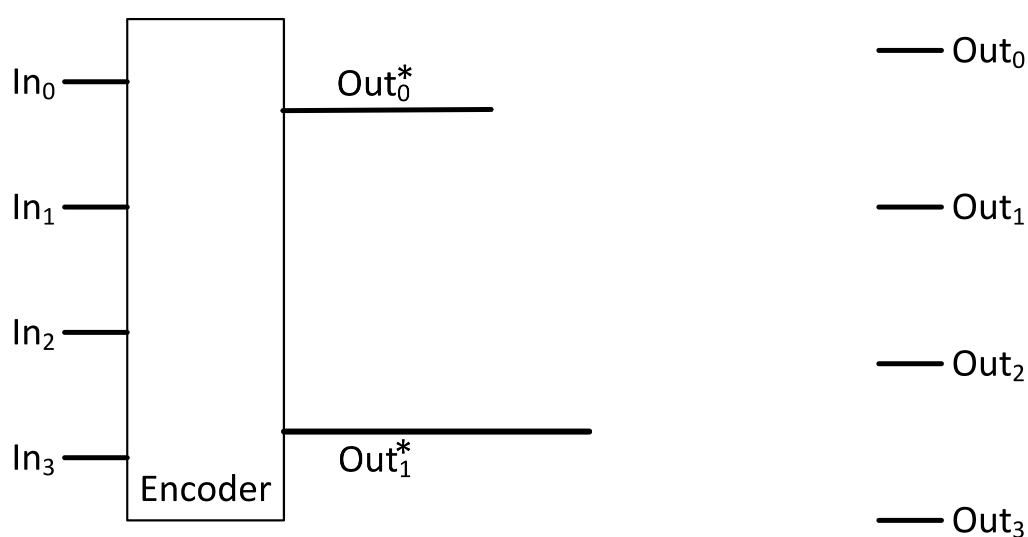
a. Wie viele Ausgänge können beim Decoder gleichzeitig den Wert `wahr` annehmen?

b. Wie viele Eingangsleitungen benötigt ein Decoder, der 16 Ausgangsleitungen besitzt?

c. Stellen Sie die Kurzform der Funktionstabelle eines 2-zu-4-Decoders mit den Eingangsleitungen In_0, In_1 und den Ausgangsleitungen $Out_0, Out_1, Out_2, Out_3$ auf. Tragen Sie Ihre Lösung in die folgende Tabelle ein:

In_0	In_1	Out_0	Out_1	Out_2	Out_3

d. Ergänzen Sie das folgende Schaltnetz so, dass stets gilt $Out_0 = In_0$, $Out_1 = In_1$, $Out_2 = In_2$ und $Out_3 = In_3$. Bei Ihrer Ergänzung dürfen Sie nur auf das Signal an den Leitungen Out_0^* und Out_1^* zugreifen. Es dürfen ausschließlich Leitungen, `NOT`-, `AND`- und `OR`-Bausteine ergänzt werden.



Aufgabe 9: (T) NAND/NOR

(– Pkt.)

Die beiden Mengen {NAND} und {NOR} von Boolesche Funktionen sind funktional vollständig, d.h. dass sich durch die Kombination von NAND- bzw. NOR-Funktionen jede beliebige Boolesche Funktionen darstellen lässt. Dies ermöglicht es, NAND- bzw. NOR-Gatter kostengünstig in Massenproduktion herzustellen und daraus beliebige digitale Schaltungen aufzubauen.

NAND

i	x_1	x_2	$\overline{a \cdot b} = a$ NAND b
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

NOR

i	x_1	x_2	$\overline{a + b} = a$ NOR b
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	0

Stellen Sie die elementaren Booleschen Funktionen AND, OR und NOT unter ausschließlicher Verwendung von NAND- bzw. NOR-Gattern dar!

Aufgabe 10: (H) Funktionstabelle

(10 Pkt.)

Gegeben sei folgende Booleschen Funktion $g(a, b, c) = a \vee \overline{b} \vee (a \wedge c)$.

a. Füllen Sie folgende Funktionstabelle aus:

a	b	c	$g(a, b, c) = a \vee \overline{b} \vee (a \wedge c)$

b. Gegeben sei die folgende Funktionstabelle von sechs dreistelligen Booleschen Funktion $f_1, \ldots, f_6$.

A	B	C	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	1

Schreiben Sie diese Funktionen als Boolesche Terme unter der Verwendung der Variablen A, B und C! Nicht in jeder Funktion müssen alle Variablen verwendet werden.

c. Stellen Sie die Funktion $h(a, b, c) = (a \wedge b) \vee c$ unter ausschließlicher Verwendung des `NOR`-Operators dar! Der Rechenweg muss klar ersichtlich sein!

Aufgabe 11: (H) Einfachauswahlaufgabe: Boolesche Algebra

(4 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe explizit die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der OR–Operator ($+$ oder $\vee$) den Wert 0?			
(i) $(1, 1)$	(ii) $(0, 0)$	(iii) $(0, 1)$	(iv) $(1, 0)$
b) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der NAND–Operator ($y = \overline{a \cdot b}$) den Wert 0?			
(i) $(0, 1)$	(ii) $(1, 0)$	(iii) $(1, 1)$	(iv) $(0, 0)$
c) Eine Funktion $f : B^n \to B$ heißt n–stellige Boolesche Funktion ($B = \{0, 1\}$). Wie viele n–stellige Boolesche Funktionen gibt es für jedes beliebige $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$?			
(i) 2^{2^n}	(ii) $2 \cdot 2^n$	(iii) 2^n	(iv) $2^{2 \cdot n}$
d) Bei welcher Belegung (x_1, x_2, x_3, x_4) ergibt die Boolesche Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}) + (x_3 \cdot x_4) + \overline{x_2}$ den Wert 1?			
(i) $(1, 1, 1, 0)$	(ii) $(0, 1, 1, 0)$	(iii) $(0, 1, 0, 1)$	(iv) $(0, 0, 0, 0)$