12.3.3 Neighbouring-Problem mittels Quantenannealing

In diesem Abschnitt wird eine zum Graph-Coloring Problem sehr ähnliche Problemstellung vorgestellt. In einem Regal mit 3 Fächern (der Reihenfolge nach $1, 2$ und 3 nummeriert) sollen Milch (M), Brot (B) und getrockneter Fisch (F) so angeordnet werden, dass der getrocknete Fisch **nicht** neben dem Brot liegt. Die Regale können als Anordnung in einem ungerichteten Graph verstanden werden. Regalplätze (Knoten: $\{1, 2, 3\}$) sind dabei nur mit ihrem nächsten Nachbarn verbunden.

Die Formulieren dieser Problemstellung als QUBO, damit eine Optimierung (Minimierung) mittels Quantenannealing stattfinden kann, sieht dabei wie folgt aus:

		0	1	0	1	0	0	0	0	1
		M1	M2	M3	B1	B2	B3	F1	F2	F3
0	M1	-2	5	5	5	0	0	5	0	0
1	M2		-2	5	0	5	0	0	5	0
0	M3			-2	0	0	5	0	0	5
1	B1				-2	5	5	5	5	0
0	B2					-2	5	5	5	5
0	B3						-2	0	5	5
0	F1							-2	5	5
0	F2								-2	5
1	F2									-2

Die Matrix wurde mit den Zahlenwerten $\{-2, 0, 5\}$ gefüllt, je nachdem, wie günstig eine Zustandskombination zu bewerten ist. Dabei bedeutet z.B. M1, dass die Milch im ersten Regalfach abgelegt wird. Es wurden „katastrophale" Ereignisse mit 5 bewertet, wie zum Beispiel, dass sich die Milch gleichzeitig in Regalfach 2 und 3 befindet. Genauso wurden ungünstige Belegungen mit 5 bewertet, wie zum Beispiel, dass das Brot in Regalfach 1 liegt und der getrocknete Fisch in Regalfach 2. Die -2 auf der Diagonale animiert den Quantenannealer, überhaupt eine Belegung auszuwählen.

Eine optimale Belegung (B1, M2, F3), die vom Quantenannealer gefunden werden könnte, ist in der Grafik grün markiert. Die Kosten dieser sind:

$$\sum Q = -2 - 2 - 2 + 0 + 0 + 0 = -6$$

Eine analoge Lösung, ebenfalls mit den Kosten -6, wäre (F1, M2, B3).

12.3.4 Maximum Independent Set mittels Quantenannealing

In diesem Abschnitt wird eine auf dem Maximum Independent Set-Problem basierende Problemstellung vorgestellt.
Ein Student befindet sich aktuell in der Klausurenphase. Insgesamt kann er sechs Klausuren schreiben: die erste Klausur am 4. August, die zweite Klausur am 5. August, die dritte Klausur am 6. August, die vierte Klausur am 8. August, die fünfte Klausur am 9. August und die sechste Klausur am 11. August. Für jede Klausur erhält der Student 6 ECTS-Punkte, außer für die Klausur am 5. August, für diese erhält er lediglich 3 ECTS-Punkte. Der Student möchte durch das Bestehen von Klausuren soviel ECTS-Punkte wie möglich erhalten, aber zwischen zwei Klausuren will er sich zwei Tage frei nehmen, um sich optimal vorbereiten zu können.

Die Formulierung dieser Problemstellung als QUBO, damit eine Optimierung (Minimierung) mittels Quantenannealing stattfinden kann, sieht wie folgt aus:

		1	0	0	1	0	1
		K4	K5	K6	K8	K9	K11
1	K4	-2	5	5	0	0	0
0	K5		-1	5	0	0	0
0	K6			-2	5	0	0
1	K8				-2	5	0
0	K9					-2	5
1	K11						-2

Die Matrix wurde mit den Zahlenwerten $\{-2, -1, 0, 5\}$ gefüllt, je nachdem, wie günstig eine Zustandskombination zu bewerten ist. Dabei bedeutet z.B. K4, dass der Student die Klausur am 4. August mitschreibt. Für das Schreiben einer jeden Klausur gibt es zunächst eine Belohnung von -2, außer für die Klausur am 5. August. Diese gibt nur die Hälfte der ECTS-Punkte der anderen Klausuren, daher gibt es in der QUBO-Matrix auch nur die halbe Belohnung (-1). Es wurden „katastrophale" Ereignisse mit 5 bewertet, wie zum Beispiel, dass der Student eine Klausur am 4. August (K4) und am 5. August (K5) schreiben soll.
Die optimale Belegung (K4, K8, K11), die vom Quantenannealer gefunden werden könnte, ist in der Grafik grün markiert. Die Kosten dieser sind:

$$\sum Q = -2 - 2 - 2 + 0 + 0 + 0 = -6$$

Bei dieser Lösung schreibt der Student die Klausur am 4.8., am 8.8. sowie am 11.8 und erhält insgesamt 18 ECTS-Punkte. Gleichzeitig hat er wie gewünscht zwischen je zwei Klausuren mindestens zwei Tage frei.