

## Rechnerarchitektur im Sommersemester 2018

### Übungsblatt 4

**Abgabetermin:** 14.05.2018, 12:00 Uhr

**Besprechung:** Besprechung der T-Aufgaben in den Tutorien vom 07. – 11. Mai 2018  
 Besprechung der H-Aufgaben in den Tutorien vom 14. – 18. Mai 2018

#### Aufgabe 17: (T) NAND/NOR

(– Pkt.)

Die beiden Mengen {NAND} und {NOR} von Boolesche Funktionen sind funktional vollständig, d.h. dass sich durch die Kombination von NAND- bzw. NOR-Funktionen jede beliebige Boolesche Funktionen darstellen lässt. Dies ermöglicht es, NAND- bzw. NOR-Gatter kostengünstig in Massenproduktion herzustellen und daraus beliebige digitale Schaltungen aufzubauen.

NAND				NOR			
i	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	$\overline{a \cdot b} = a \text{ NAND } b$	i	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	$\overline{a + b} = a \text{ NOR } b$
0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0
2	1	0	1	2	1	0	0
3	1	1	0	3	1	1	0

Überlegen Sie, wie die elementaren Booleschen Funktionen AND, OR und NOT unter ausschließlicher Verwendung von NAND- bzw. NOR-Gattern dargestellt werden können und wie die jeweiligen Schaltbilder aussehen.

#### Aufgabe 18: (T) Minimierung mittels Karnaugh

(– Pkt.)

Minimieren Sie folgende Funktionen mit Hilfe des Karnaugh-Diagramms.

Geben Sie dabei sowohl das jeweilige gezeichnete Karnaugh-Diagramm, als auch die zugehörige minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

a.  $y_1 = (x_1 x_2 \bar{x}_3) + (x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3) + (x_1 \bar{x}_2 x_3) + (x_1 x_2 x_3)$

b.  $y_2 = (\bar{x}_2 x_3 x_4) + (\bar{x}_1 x_2 x_3 x_4) + (x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) + (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) + (\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4) + (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4) + (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4)$

**Aufgabe 19: (T) Schaltfunktion**

(– Pkt.)

Gegeben ist folgende Wahrheitstabelle:

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

- Geben Sie die Schaltfunktion von  $f$  in disjunktiver Normalform (DNF) an.
- Vereinfachen Sie die Funktion unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms.
- Nehmen Sie an, dass die Wahrheitstabelle wie oben gegeben ist, jedoch ohne die letzte Zeile. Das heißt, die neue Funktion  $f'$  ist auf dem Eingabe-4-Tupel ( $a=1, b=1, c=1, d=1$ ) undefiniert. Wie wirkt sich das auf Ihre Möglichkeiten aus, die neue Funktion  $f'$  zu vereinfachen? Verdeutlichen Sie Ihre Antwort an einem neuen Karnaugh-Diagramm, und geben Sie eine möglichst einfache Darstellung von  $f'$  an.

**Aufgabe 20: (H) Optimierung von Schaltnetzen**

(12 Pkt.)

- Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle einer Funktion  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ . Leiten Sie aus dieser Wahrheitstabelle die Schaltfunktion in ihrer vollständigen konjunktiven Normalform (KNF) her.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

b. Gegeben sei nun die Wahrheitstabelle der Funktion  $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ :

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$g(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

Minimieren Sie die Funktion  $g$  unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms grafisch. Kennzeichnen Sie **alle** Blöcke innerhalb Ihres Karnaugh-Diagramms, die Sie für Ihre Vereinfachung verwenden! Geben Sie abschließend die minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

## Aufgabe 21: (H) Einfachauswahlaufgabe: Optimierung von Schaltnetzen

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Wie lautet das Komplementärgesetz zur Manipulation logischer Gleichungen?			
(i) $a + b = b + a$	(ii) $(a + b) + c = a + (b + c)$	(iii) $a + \bar{a} = 1$	(iv) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
b) Wie viele Felder enthält das Karnaugh-Diagramm einer Booleschen Funktion $f : B^3 \rightarrow B$ ?			
(i) 1	(ii) 2	(iii) 4	(iv) 8
c) Die Reihenfolge der Beschriftung eines Karnaugh-Diagramms erfolgt so, dass sich zwei zyklisch benachbarte Spalten oder Zeilen nur in...			
(i) genau einer Komponente (Variable) unterscheiden.	(ii) zwei Komponenten (Variablen) unterscheiden.	(iii) keiner Komponente (Variable) unterscheiden.	(iv) in allen Komponenten (Variablen) unterscheiden.
d) Es kann sein, dass nicht alle $2^n$ Argumente einer Booleschen Funktion $f : B^n \rightarrow B$ ( $n \geq 1$ ) auftreten können. Wie bezeichnet man die Argumente einer solchen partiellen Funktion $f$ , für die der Funktionswert nicht festgelegt ist?			
(i) Don't Know	(ii) Don't Cares	(iii) Don't Worry	(iv) Don't Panic
e) Angenommen ein Multiplexer hat 512 (Nutz-)Eingänge. Wie viele Steuereingänge werden benötigt, um die (Nutz-)Eingänge einzeln selektieren zu können?			
(i) 512	(ii) 256	(iii) 9	(iv) 3