

Rechnerarchitektur im Sommersemester 2017

Übungsblatt 3

Abgabetermin: 22.05.2017, 12:00 Uhr

Besprechung: Besprechung der T-Aufgaben in den Tutorien vom 15. – 19. Mai 2017
Besprechung der H-Aufgaben in den Tutorien vom 22. – 26. Mai 2017

Aufgabe 12: (T) Boolesche Algebra

(– Pkt.)

Beweisen Sie unter Verwendung des Kommutativ-, Distributiv-, Identitäts- und Komplementär-gesetzes (und nur mit diesen alleine) die Gültigkeit folgender Aussagen (Es reicht also nicht die Eigenschaften für $\{0, 1\}$ zu zeigen!). Hinweis: Sie können bereits bewiesene Aussagen verwenden, um darauf folgende Aussagen zu beweisen.

- a. Idempotenz
 - (i) $a \cdot a = a$ bzw. $a + a = a$
- b. Null- und Einsgesetz
 - (i) $a \cdot 0 = 0$ bzw. $a + 1 = 1$
- c. Absorptionsgesetz
 - (i) $a \cdot (a + b) = a$ bzw. $a + (a \cdot b) = a$

Aufgabe 13: (T) Decoder

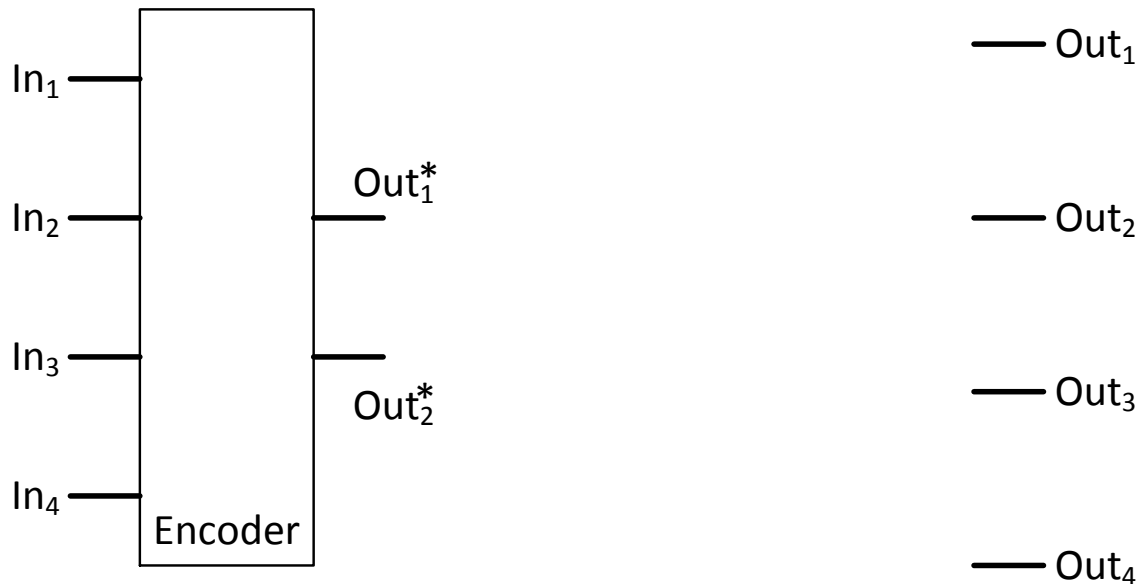
(– Pkt.)

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

- a. Wie viele Ausgänge können beim Decoder gleichzeitig den Wert *wahr* annehmen?
- b. Wie viele Eingangsleitungen benötigt ein Decoder, der 16 Ausgangsleitungen besitzt?
- c. Stellen Sie die Kurzform der Funktionstabelle eines 2-zu-4-Decoders mit den Eingangsleitungen In_1, In_2 und den Ausgangsleitungen $Out_1, Out_2, Out_3, Out_4$ auf. Tragen Sie Ihre Lösung in die folgende Tabelle ein:

In_1	In_2	Out_1	Out_2	Out_3	Out_4

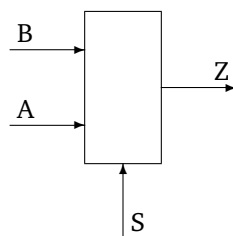
- d. Ergänzen Sie das folgende Schaltnetz so, dass stets gilt $Out_1 = In_1$, $Out_2 = In_2$, $Out_3 = In_3$ und $Out_4 = In_4$. Bei Ihrer Ergänzung dürfen Sie nur auf das Signal an den Leitungen Out_1^* und Out_2^* zugreifen. Es dürfen ausschließlich Leitungen, NOT-, AND- und OR-Bausteine ergänzt werden.



Aufgabe 14: (T) 2-zu-1 Multiplexer

(– Pkt.)

In dieser Aufgabe soll ein 2-zu-1 Multiplexer entworfen werden. Als Input erhält der Multiplexer zwei 1-Bit Kanäle A und B sowie eine 1-Bit Auswahlleitung S. Als Ausgabe liefert der Multiplexer einen 1-Bit Kanal Z. Der Multiplexer soll den Kanal A auf Z schalten, wenn die Auswahlleitung S auf 0 steht. Wenn die S auf 1 steht, soll der Multiplexer den Kanal B auf Z schalten.

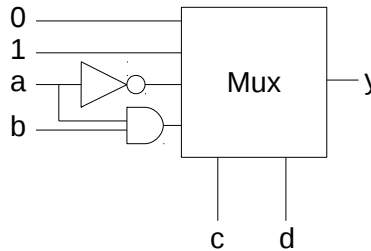


- Erläutern Sie kurz die Funktionsweise eines Multiplexers.
- Geben Sie die Funktionstabelle, die Boolesche Funktion und das Schaltnetz an.

Aufgabe 15: (H) Multiplexer und Boolesche Funktionen

(6 Pkt.)

a. Gegeben ist folgendes Schaltnetz:



Stellen Sie die Boolesche Funktion $y=f(a,b,c,d)$ auf.

b. Gegeben ist folgende Boolesche Funktion:

$$f(a, b, c, d) = ((\overline{a + b}) \cdot c) + \overline{d}$$

Entwerfen Sie das Schaltnetz zu dieser Funktion mit den elementaren Gattern UND, ODER, NICHT.

Aufgabe 16: (H) Einfachauswahlaufgabe: Boolesche Algebra

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der OR-Operator (+ oder \vee) den Wert 0?			
(i) (1, 1)	(ii) (1, 0)	(iii) (0, 1)	(iv) (0, 0)
b) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der AND-Operator (\cdot oder \wedge) den Wert 1?			
(i) (1, 1)	(ii) (1, 0)	(iii) (0, 1)	(iv) (0, 0)
c) Eine Funktion $f : B^n \rightarrow B$ heißt n-stellige Boolesche Funktion ($B = \{0, 1\}$). Wie viele n-stellige Boolesche Funktionen gibt es für jedes beliebige $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$?			
(i) 2^n	(ii) $2 \cdot 2^n$	(iii) 2^{2^n}	(iv) $2^{2 \cdot n}$
d) Bei welcher Belegung (x_1, x_2, x_3, x_4) ergibt die Boolesche Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}) + (x_3 \cdot x_4) + \overline{x_2}$ den Wert 1?			
(i) (1, 1, 1, 0)	(ii) (0, 0, 0, 0)	(iii) (0, 1, 0, 1)	(iv) (0, 1, 1, 0)
e) Wie wird die Anzahl der benötigten Steuereingänge s für einen n-Eingaben Multiplexer berechnet?			
(i) $s = n$	(ii) $s = 2 * n$	(iii) $s = \log_2 n$	(iv) $s = \lceil \log_2 n \rceil$