

Übungsblatt 6

Rechnerarchitektur im SS 22

Zu den Modulen I, J

Abgabetermin: 12.06.2022, 18:00 Uhr

Besprechung: T-Aufgaben: 06.06.22 - 10.06.22, H-Aufgaben 13.06.22 - 17.06.22

Aufgabe 38: (T) Darstellung ganzer Zahlen

(- Pkt.)

- a. Geben Sie die folgenden Dezimalzahlen als Dualzahlen in ihrer 1er-Komplement-, 2er-Komplement- und in Sign/Magnitude-Darstellung an (jeweils 10 Bit). Bei der Sign/Magnitude-Darstellung wird das hochwertigste Bit als Vorzeichen interpretiert: $(b_9 \dots b_1 b_0)_2 = (-1)^{b_9} * \sum_{i=0}^8 b_i 2^i$
- (i) $(123)_{10}$
 - (ii) $(-123)_{10}$
- b. Wandeln Sie folgende Dualzahlen in ihre Dezimaldarstellung um. Interpretieren Sie die Dualzahlen jeweils als in 1er- und 2er-Komplement-Darstellung sowie in Sign/Magnitude-Darstellung gegeben.
- (i) $(1111101011)_2$
 - (ii) $(0001011010)_2$
- c. Geben Sie jeweils in 1er- und 2er-Komplement-Darstellung und in Sign/Magnitude-Darstellung bei Verwendung von 10 Bits an:
- (i) die größte darstellbare positive Zahl,
 - (ii) die kleinste darstellbare positive Zahl,
 - (iii) die größte darstellbare negative Zahl (d.h. die negative Zahl, die den geringsten Abstand zur Null hat),
 - (iv) die kleinste darstellbare negative Zahl (d.h. die negative Zahl, die den größten Abstand zur Null hat),
 - (v) die Zahl Null.
- d. Gibt es einen Unterschied zwischen „2er-Komplement“ und „2er-Komplement-Darstellung“? Wenn ja, welchen?

Aufgabe 39: (T) Addition von Dualzahlen

(- Pkt.)

In dieser Aufgabe sollen die Grundlagen der Addition in Einer- bzw. Zweierkomplement-Darstellung vertieft werden. Verwenden Sie zur binären Darstellung sämtlicher vorkommenden Zahlen jeweils 8 Bits.

- Gegeben seien die Zahlen $(-17)_{10}$ sowie $(7)_{10}$.
 - Geben Sie die Einerkomplement-Darstellung der beiden Zahlen an.
 - Geben Sie die Zweierkomplement-Darstellung der beiden Zahlen an.
- Addieren Sie die Zahlen $(-17)_{10}$ und $(7)_{10}$ binär. Verwenden Sie dazu
 - die Einerkomplement-Darstellung.
 - die Zweierkomplement-Darstellung.
- Addieren Sie nun die Zahlen $(-56)_{10}$ und $(-72)_{10}$ binär. Verwenden Sie dazu
 - die Einerkomplement-Darstellung.
 - die Zweierkomplement-Darstellung.

Beantworten Sie zusätzlich jeweils die Frage, ob ein Überlauf stattgefunden hat. Begründen Sie ihre Antwort kurz.

Aufgabe 40: (T) Gleitkommazahlen

(- Pkt.)

Nach dem IEEE 754 Standard gilt:

$$(-1)^S \cdot (1 + \text{Signifikant}) \cdot 2^{(\text{Exponent} - \text{Bias})}$$

wobei der Standard

- für das Vorzeichen S ein Bit,
- für den Signifikanten (Mantisse) 23 Bit bei einfacher und 52 Bit bei doppelter Genauigkeit,
- für den Exponenten 8 Bit bei einfacher und 11 Bit bei doppelter Genauigkeit

reserviert und den Bias auf $127 = 2^{8-1} - 1$ bei einfacher bzw. auf $1023 = 2^{11-1} - 1$ bei doppelter Genauigkeit setzt.

- Geben Sie die Darstellung folgender Zahlen als Gleitkommazahl nach IEEE 754 in einfacher (32-Bit) Genauigkeit an:
 - $(11, 25)_{10}$
 - $(0, 2)_{10}$
- Wandeln Sie folgende Zahl, die in Gleitkommadarstellung (IEEE 754) gegeben ist, in ihre Dezimaldarstellung um.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----------|----|----|----|----|----|----|----|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| S | Exponent | | | | | | | | Significand | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Aufgabe 41: (H) Addition von Dualzahlen

(9 Pkt.)

Beantworten Sie folgende Fragen im Bezug auf die 2er-Komplement-Darstellung ganzer Zahlen:

- a. Geben Sie
 - (i) die größte darstellbare Zahl,
 - (ii) die kleinste darstellbare Zahl,
 - (iii) sowie die Nullunter Verwendung von 8 Bit an.
- b. Es seien die Zahlen $(-31)_{10}$ sowie $(81)_{10}$ gegeben.
 - i) Geben Sie die Zweierkomplement-Darstellung der beiden Zahlen an. Verwenden Sie hierfür jeweils 8 Bits.
 - ii) Addieren Sie die beiden Zahlen binär. Der Rechenweg muss klar ersichtlich sein!
- c. Folgende Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung sind gegeben: 10011100 und 10010010.
 - (i) Addieren Sie die beiden Zahlen. **Achtung:** Der Rechenweg muss ersichtlich sein!
 - (ii) Hat bei der Addition ein Überlauf (Overflow) stattgefunden? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.
- d. Folgende Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung sind gegeben: 10011100 und 01110110. Wird bei der Addition dieser Zahlen ein Überlauf stattfinden? Bitte begründen Sie Ihre Antwort **ohne** das Ergebnis konkret zu berechnen.

Aufgabe 42: (H) Festkommazahlen

(8.5 Pkt.)

Alle Teilaufgaben beziehen sich auf die 2er-Komplement-Darstellung.

- a. Geben Sie die Dezimaldarstellung der folgenden binären Festkommazahlen an. Alle Zahlen sind in 2er-Komplement-Darstellung angegeben, das hochwertigste Bit (ganz links) dient als Vorzeichen-Bit.
 - (i) 001,000
 - (ii) 100,110
 - (iii) 101,100
- b. Welches ist die
 - (i) größte positive,
 - (ii) kleinste positive,
 - (iii) größte negative und
 - (iv) kleinste negative

Zahl, die mit einer Festkommadarstellung mit drei Bits vor dem Komma und fünf Bits nach dem Komma dargestellt werden kann?

Aufgabe 43: (H) Gleitkommazahlen

(9 Pkt.)

- a. Geben Sie die Darstellung folgender Zahlen als Gleitkommazahl nach IEEE 754 in einfacher (32-Bit) Genauigkeit an. Hinweis: nach dem IEEE 754 Standard gilt folgendes:

$$(-1)^S \cdot (1 + \text{Signifikant}) \cdot 2^{(\text{Exponent} - \text{Bias})}$$

wobei der Standard

- für das Vorzeichen S ein Bit,
- für den Signifikanten (Mantisse) 23 Bit bei einfacher und 52 Bit bei doppelter Genauigkeit,
- für den Exponenten 8 Bit bei einfacher und 11 Bit bei doppelter Genauigkeit

reserviert und den Bias auf $127 = 2^{8-1} - 1$ bei einfacher bzw. auf $1023 = 2^{11-1} - 1$ bei doppelter Genauigkeit setzt.

(i) $(15,75)_{10}$

(ii) $(-0,75)_{10}$

- b. Wandeln Sie folgende Zahl, die in Gleitkommadarstellung (IEEE 754) gegeben ist, in ihre Dezimaldarstellung um.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----------|----|----|----|----|----|----|----|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| S | Exponent | | | | | | | | Significand | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Aufgabe 44: (H) Einfachauswahlaufgabe: Zahlendarstellung

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

| | | | |
|--|---------------|----------------|---------------|
| a) Welche der folgenden Antworten entspricht der Einerkomplementdarstellung der Dezimalzahl -74 (unter Verwendung von 8 Bit)? | | | |
| (i) 10111100 | (ii) 11000011 | (iii) 10110101 | (iv) 10110110 |
| b) Welche der folgenden Dezimalzahlen hat zwei Darstellungen in der Einerkomplementdarstellung? | | | |
| (i) 0 | (ii) 1 | (iii) -1 | (iv) 2 |
| c) Welche der folgenden Antworten entspricht der Zweierkomplementdarstellung der Dezimalzahl -97 (unter Verwendung von 8 Bit)? | | | |
| (i) 10110110 | (ii) 10011111 | (iii) 10011110 | (iv) 11111111 |
| d) Wie lautet die kleinste Dezimalzahl, die in der Zweierkomplementdarstellung darstellbar ist, wenn 6 Bit zur Darstellung zur Verfügung stehen? | | | |
| (i) -64 | (ii) -63 | (iii) -32 | (iv) -31 |

e) Wie lautet das dezimale Ergebnis der Addition der folgenden in Zweierkomplementdarstellung gegebenen Binärzahlen?

$$\begin{array}{r|l} & 10110001 \\ + & 00110100 \\ \hline \text{Übertrag} & \\ \hline \text{Ergebnis} & \end{array}$$

| | | | |
|-------|---------|----------|----------|
| (i) 1 | (ii) 27 | (iii) -1 | (iv) -27 |
| | | | |