

Übungsblatt 4 Rechnerarchitektur im SS 22

Zu den Modulen G, H

Abgabetermin: 29.05.2022, 18:00 Uhr

Besprechung: T-Aufgaben: 23.05.22 - 27.05.22, H-Aufgaben 30.05.22 - 03.06.22

Aufgabe 23: (T) Minimierung mittels Karnaugh

(- Pkt.)

Minimieren Sie folgende Funktionen mit Hilfe des Karnaugh-Diagramms.

Geben Sie dabei sowohl das jeweilige gezeichnete Karnaugh-Diagramm, als auch die zugehörige minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

a. $y_1 = (x_1x_2\bar{x}_3) + (x_1\bar{x}_2\bar{x}_3) + (\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3) + (\bar{x}_1x_2\bar{x}_3) + (x_1\bar{x}_2x_3) + (x_1x_2x_3)$

b. $y_2 = (\bar{x}_2x_3x_4) + (\bar{x}_1x_2x_3x_4) + (x_1x_2\bar{x}_3x_4) + (\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4) + (\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4) + (\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4) + (\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$

Aufgabe 24: (T) Schaltfunktion

(- Pkt.)

Gegeben ist folgende Wahrheitstabelle:

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

a. Geben Sie die Schaltfunktion von f in disjunktiver Normalform (DNF) an.

- b. Vereinfachen Sie die Funktion unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms.
- c. Nehmen Sie an, dass die Wahrheitstabelle wie oben gegeben ist, jedoch ohne die letzte Zeile. Das heißt, die neue Funktion f' ist auf dem Eingabe-4-Tupel ($a=1, b=1, c=1, d=1$) undefiniert. Wie wirkt sich das auf Ihre Möglichkeiten aus, die neue Funktion f' zu vereinfachen? Verdeutlichen Sie Ihre Antwort an einem neuen Karnaugh-Diagramm, und geben Sie eine möglichst einfache Darstellung von f' an.

Aufgabe 25: (T) Quine-McCluskey

(- Pkt.)

- a. Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung des Algorithmus von Quine-McCluskey:
 $f(x) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + x_1\bar{x}_2x_3x_4 + x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + x_1x_2\bar{x}_3x_4$
Geben Sie dabei alle notwendigen Schritte an!
- b. Berechnen Sie die Kosten vor und nach der Optimierung. Wie viel kann an Kosten eingespart werden?
- c. Begründen Sie, ob in diesem Beispiel auch eine Optimierung mittels Karnaugh-Diagrammen möglich wäre.

Aufgabe 26: (H) Resolutionsregel

(4 Pkt.)

Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung der Resolutionsregel soweit wie möglich:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3\bar{x}_4 + x_1x_2x_3x_4$$

Geben Sie dabei **alle** notwendigen Zwischenschritte an!

Aufgabe 27: (H) Optimierung von Schaltnetzen

(11 Pkt.)

- a. Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle einer Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$.
Leiten Sie aus dieser Wahrheitstabelle die Schaltfunktion in ihrer vollständigen konjunktiven Normalform (KNF) her.

	x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

- b. Im Folgenden ist die Wahrheitstabelle der Funktion $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ gegeben.
Minimieren Sie die Funktion g unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms grafisch. Kennzeichnen Sie **alle** Blöcke innerhalb Ihres Karnaugh-Diagramms, die Sie für Ihre Vereinfachung verwenden! Geben Sie abschließend die minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

	x_1	x_2	x_3	x_4	$g(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

Aufgabe 28: (H) Karnaugh

(9 Pkt.)

Gegeben sei die Wahrheitstabelle einer partiellen Booleschen Funktion $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$. Undefinierte Ausgaben sind mit einem **D** gekennzeichnet:

	x_1	x_2	x_3	x_4	$g(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	D
11	1	0	1	1	D
12	1	1	0	0	D
13	1	1	0	1	D
14	1	1	1	0	D
15	1	1	1	1	D

Minimieren Sie die Funktion g unter Verwendung eines Karnaugh-Diagramms grafisch. Beachten Sie dabei die **Don't Care** Argumente. Kennzeichnen Sie **alle** Blöcke innerhalb Ihres Karnaugh-Diagramms, die Sie für Ihre Vereinfachung verwenden! Geben Sie abschließend die minimierte Funktion in disjunktiver Form an!

Aufgabe 29: (H) Einfachauswahlaufgabe: Optimierung von Schaltnetzen

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Wie lautet das Komplementärgesetz zur Manipulation logischer Gleichungen?			
(i) $a + b = b + a$	(ii) $(a + b) + c = a + (b + c)$	(iii) $a + \bar{a} = 1$	(iv) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
b) Wie viele Felder enthält das Karnaugh-Diagramm einer Booleschen Funktion $f : B^3 \rightarrow B$?			
(i) 1	(ii) 2	(iii) 4	(iv) 8
c) Die Reihenfolge der Beschriftung eines Karnaugh-Diagramms erfolgt so, dass sich zwei zyklisch benachbarte Spalten oder Zeilen nur in...			
(i) genau einer Komponente (Variable) unterscheiden.	(ii) zwei Komponenten (Variablen) unterscheiden.	(iii) keiner Komponente (Variable) unterscheiden.	(iv) in allen Komponenten (Variablen) unterscheiden.

d) Es kann sein, dass nicht alle 2^n Argumente einer Booleschen Funktion $f : B^n \rightarrow B$ ($n \geq 1$) auftreten können. Wie bezeichnet man die Argumente einer solchen partiellen Funktion f , für die der Funktionswert nicht festgelegt ist?			
(i) Don't Know	(ii) Don't Cares	(iii) Don't Worry	(iv) Don't Panic
e) Angenommen ein Multiplexer hat 512 (Nutz-)Eingänge. Wie viele Steuereingänge werden benötigt, um die (Nutz-)Eingänge einzeln selektieren zu können?			
(i) 512	(ii) 256	(iii) 9	(iv) 3