

Übungsblatt 2

Rechnerarchitektur im SS 22

Zu den Modulen C, D

Abgabetermin: 15.05.2022, 18:00

Besprechung: T-Aufgaben: 09.05.22 - 13.05.22, H-Aufgaben: 16.05.22 - 20.05.22

Aufgabe 8: (T) Boolesche Algebra

(- Pkt.)

Beweisen Sie unter Verwendung des Kommutativ-, Distributiv-, Identitäts- und Komplementärgesetzes (und nur mit diesen alleine) die Gültigkeit folgender Aussagen (Es reicht also nicht die Eigenschaften für $\{0, 1\}$ zu zeigen!). Hinweis: Sie können bereits bewiesene Aussagen verwenden, um darauf folgende Aussagen zu beweisen.

a. Idempotenz

(i) $a \cdot a = a$ bzw. (ii) $a + a = a$

b. Null- und Einsgesetz

(i) $a \cdot 0 = 0$ bzw. (ii) $a + 1 = 1$

c. Absorptionsgesetz

(i) $a \cdot (a + b) = a$ bzw. (ii) $a + (a \cdot b) = a$

Aufgabe 9: (T) Funktionstabelle

(- Pkt.)

Gegeben sei folgende Booleschen Funktion $f(a, b, c) = a \wedge b \wedge (a \vee \bar{c})$. Füllen Sie folgende Funktionstabelle aus:

a	b	c	$f(a, b, c) = a \wedge b \wedge (a \vee \bar{c})$

Aufgabe 10: (T) Decoder

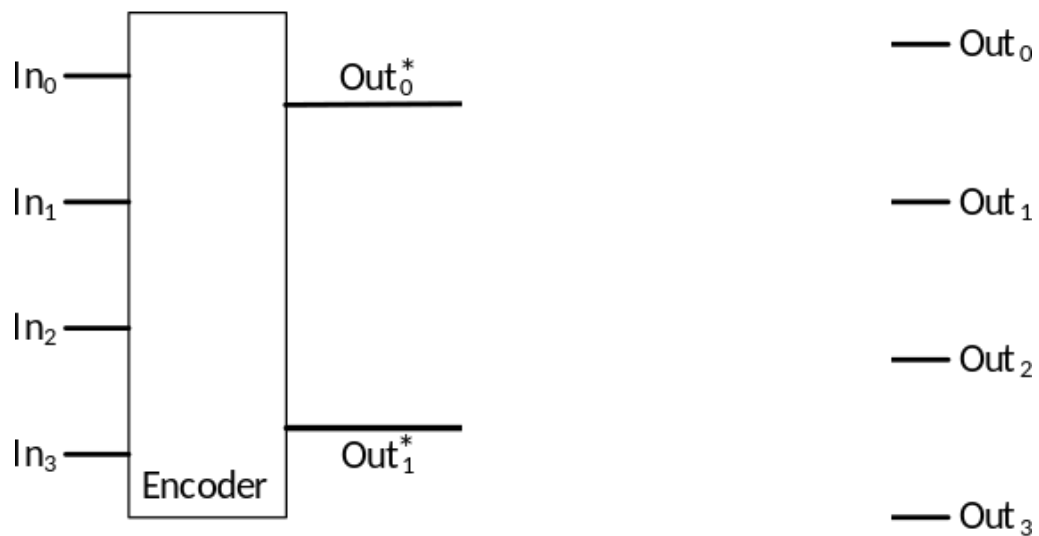
(- Pkt.)

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

- Wie viele Ausgänge können beim Decoder gleichzeitig den Wert `wahr` annehmen?
- Wie viele Eingangsleitungen benötigt ein Decoder, der 16 Ausgangsleitungen besitzt?
- Stellen Sie die Kurzform der Funktionstabelle eines 2-zu-4-Decoders mit den Eingangsleitungen In_0, In_1 und den Ausgangsleitungen $Out_0, Out_1, Out_2, Out_3$ auf. Tragen Sie Ihre Lösung in die folgende Tabelle ein:

In_0	In_1	Out_0	Out_1	Out_2	Out_3

- Ergänzen Sie das folgende Schaltnetz so, dass stets gilt $Out_0 = In_0$, $Out_1 = In_1$, $Out_2 = In_2$ und $Out_3 = In_3$. Bei Ihrer Ergänzung dürfen Sie nur auf das Signal an den Leitungen Out_0^* und Out_1^* zugreifen. Es dürfen ausschließlich Leitungen, NOT-, AND- und OR-Bausteine ergänzt werden.



Aufgabe 11: (T) 2-zu-1 Multiplexer

(- Pkt.)

In dieser Aufgabe soll ein 2-zu-1 Multiplexer entworfen werden. Als Input erhält der Multiplexer zwei 1-Bit Kanäle A und B sowie eine 1-Bit Auswahlleitung S. Als Ausgabe liefert der Multiplexer einen 1-Bit Kanal Z. Der Multiplexer soll den Kanal A auf Z schalten, wenn die Auswahlleitung S auf 0 steht. Wenn die S auf 1 steht, soll der Multiplexer den Kanal B auf Z schalten.

- Erläutern Sie kurz die Funktionsweise eines Multiplexers.
- Geben Sie die Funktionstabelle, die Boolesche Funktion und das Schaltnetz an.

Aufgabe 12: (H) Funktionstabelle

(10 Pkt.)

Gegeben sei folgende Booleschen Funktion $g(a, b, c) = a \vee \bar{b} \vee (a \wedge c)$.

- a. Füllen Sie folgende Funktionstabelle aus:

[illegible]

- b. Gegeben sei die folgende Funktionstabelle von sechs dreistelligen Booleschen Funktion $f_1, \dots, f_6$.

A	B	C	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	1

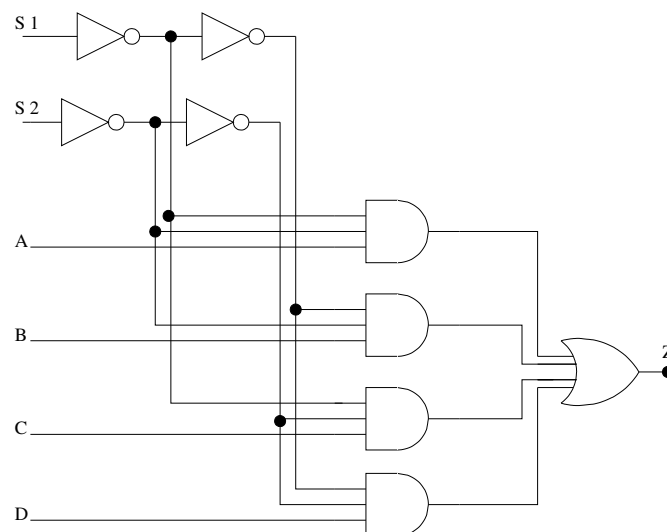
Schreiben Sie diese Funktionen als Boolesche Terme, wobei sie ausschließlich die Variablen A, B und C benutzen dürfen (insbesondere dürfen Sie die Werte 0 und 1 nicht verwenden)! Nicht in jedem der resultierenden Terme müssen alle Variablen vorhanden sein.

- c. Stellen Sie die Funktion $h(a, b, c) = (a \wedge b) \vee c$ unter ausschließlicher Verwendung des NOR-Operators dar! Der Rechenweg muss klar ersichtlich sein!

Aufgabe 13: (H) Schaltnetze

(6 Pkt.)

Betrachten Sie das folgende Schaltbild.

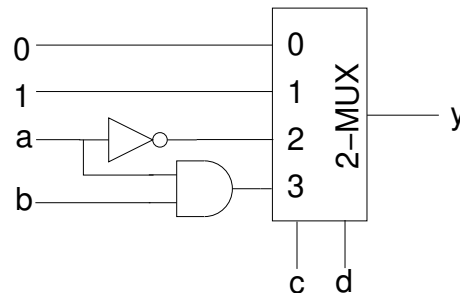


- Beschreiben Sie das Schaltnetz mittels einer Booleschen Funktion für Z !
- Ordnen Sie das Schaltnetz einem Ihnen bekannten Schaltungsbaustein höherer Ordnung zu (Name dieses Bausteins). Wozu werden diese Bausteine ganz allgemein benötigt?

Aufgabe 14: (H) Multiplexer und Boolesche Funktionen

(6 Pkt.)

a. Gegeben ist folgendes Schaltnetz:

Stellen Sie die Boolesche Funktion $y=f(a,b,c,d)$ auf.

b. Gegeben ist folgende Boolesche Funktion:

$$f(a, b, c, d) = ((\overline{a+b}) \cdot c) + \overline{d}$$

Entwerfen Sie das Schaltnetz zu dieser Funktion mit den elementaren Gattern UND, ODER, NICHT.

Aufgabe 15: (H) Einfachauswahlaufgabe: Boolesche Algebra

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der OR-Operator $(+ \text{ oder } \vee)$ den Wert 0?			
(i) (0, 0)	(ii) (0, 1)	(iii) (1, 0)	(iv) (1, 1)
b) Bei welcher Belegung (a, b) ergibt der AND-Operator $(\cdot \text{ oder } \wedge)$ den Wert 1?			
(i) (0, 0)	(ii) (0, 1)	(iii) (1, 0)	(iv) (1, 1)
c) Eine Funktion $f : B^n \rightarrow B$ heißt n -stellige Boolesche Funktion ($B = \{0, 1\}$). Wie viele n -stellige Boolesche Funktionen gibt es für jedes beliebige $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$?			
(i) 2^n	(ii) 2^{2^n}	(iii) $2 \cdot 2^n$	(iv) $2^{2 \cdot n}$
d) Bei welcher Belegung (x_1, x_2, x_3, x_4) ergibt die Boolesche Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}) + (x_3 \cdot x_4) + \overline{x_2}$ den Wert 1?			
(i) (1, 1, 1, 0)	(ii) (0, 1, 1, 0)	(iii) (0, 1, 0, 1)	(iv) (0, 0, 0, 0)
e) Wie wird die Anzahl der benötigten Steuereingänge s für einen n -Eingaben Multiplexer berechnet?			
(i) $s = n$	(ii) $s = 2 * n$	(iii) $s = \lceil \log_n n \rceil$	(iv) $s = \lceil \log_2 n \rceil$