

## Übungsblatt 3

### Rechnerarchitektur im SS 22

Zu den Modulen E, F

**Abgabetermin:** 22.05.2022, 18:00 Uhr

**Besprechung:** T-Aufgaben: 16.05.22 - 20.05.22, H-Aufgaben 23.05.22 - 27.05.22

#### Aufgabe 16: (T) Normalformen einer Schaltfunktion

(- Pkt.)

Gegeben ist folgende Wahrheitstabelle:

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- Geben Sie die Schaltfunktion von  $f$  in disjunktiver Normalform (DNF) an.
- Geben Sie die Schaltfunktion von  $f$  in konjunktiver Normalform (KNF) an.

#### Aufgabe 17: (T) Schaltfunktion in DNF bzw. KNF und Entwurf eines Schaltnetzes

(- Pkt.)

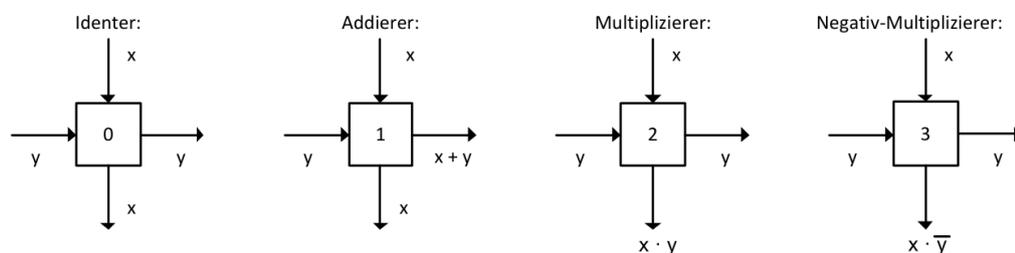
In einer Gefahrenmeldeanlage sollen drei Gefahrentypen durch drei Lämpchen angezeigt werden. Spricht nur einer der drei Melder ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) an, soll die gelbe Lampe  $G$  leuchten ( $G = 1$ ). Melden zwei Melder gleichzeitig, soll die orange Lampe  $O$  leuchten ( $O = 1$ ) und nur wenn alle drei Melder Alarm geben, soll die rote Lampe  $R$  aufleuchten ( $R = 1$ ).

- Stellen Sie die Funktionstabelle der Gefahrenmeldeanlage auf.
- Leiten Sie aus der Funktionstabelle die Schaltfunktionen für Ausgang  $R$  sowohl in disjunktiver Normalform (DNF), als auch in konjunktiver Normalform (KNF) her.
- Welche der beiden Darstellungen (KNF, DNF) ist in diesem Fall günstiger? Begründen Sie ihre Aussage.
- Zeichnen Sie ein Schaltbild für den Ausgang  $G$ .

## Aufgabe 18: (T) Programmierbare logische Arrays

(- Pkt.)

- Erläutern Sie kurz die grundlegende Idee eines PLAs!
- Erläutern Sie, was es bedeutet, wenn Eingänge
  - neutralisiert werden!
  - gesperrt werden!
- Ein normiertes PLA besteht aus einer Und-Ebene und aus einer Oder-Ebene. Erklären Sie diese beiden Begriffe kurz. Ausgehend von einem 5-mal-4-PLA: Wie groß werden Und- und Oder-Ebene jeweils, wenn durch das PLA eine dreistellige Boolesche Funktion realisiert werden soll?
- Intern ist jedes PLA gitterförmig verdrahtet, wobei sich an jedem Kreuzungspunkt von zwei Drähten einer von vier möglichen Bausteinen befindet. Diese Bausteine sind:



Zeichnen Sie das Schaltbild für jeden der vier Bausteine. Verwenden Sie dazu Und-, Oder- und Nicht-Gatter!

- Gegeben sei die folgende Boolesche Funktion  $f : B^3 \rightarrow B^2$ :

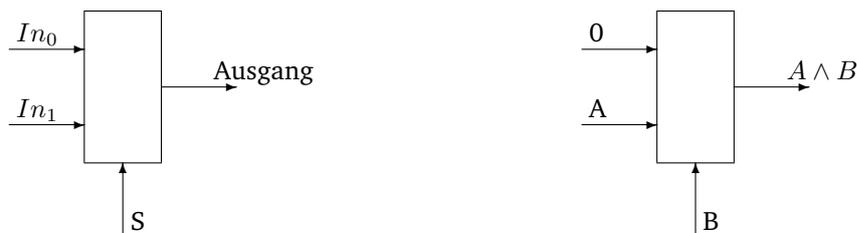
$$f(x, y, z) = (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge z), (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z).$$

Realisieren Sie diese Funktion durch ein normiertes PLA, welches aus der minimal möglichen Anzahl an Zeilen und Spalten besteht. Verwenden Sie ausschließlich die in Aufgabenteil d.) gegebenen Bausteine vom Typ 0 bis 3. Kennzeichnen Sie in Ihrer Skizze die Und- und die Oder-Ebene. Markieren Sie gesperrte und neutralisierte Eingänge. Beschriften Sie jeden Pfeil (sowohl ausgehende als auch die innerhalb des PLAs) mit der jeweils anliegenden logischen Funktion.

**Aufgabe 19: (H) Multiplexer**

(6 Pkt.)

In dieser Aufgabe sollen logische Gatter durch 2-Eingaben Multiplexer dargestellt werden. Gehen Sie davon aus, dass  $S$  die Steuerleitung ist und für  $S = 0$  der Eingang  $In_0$  und für  $S = 1$  der Eingang  $In_1$  selektiert wird. So kann die Funktion  $A \wedge B$  zum Beispiel durch Anlegen von 0 an den Eingang  $In_0$ , A an den Eingang  $In_1$  und B an die Steuerleitung  $S$  durch einen Multiplexer realisiert werden.



Erstellen Sie zwei 2-Eingaben Multiplexer, welche folgende Eigenschaften erfüllen sollen:

- Dieser Multiplexer soll den Term  $A \vee B$  an seinem Ausgang erzeugen.
- Dieser Multiplexer soll den Term  $\overline{A}$  an seinem Ausgang erzeugen.

Für jeden der Eingänge des Multiplexers ( $In_0$ ,  $In_1$  sowie die Steuerleitung  $S$ ) dürfen Sie ausschließlich die Werte A, B,  $\overline{A}$ ,  $\overline{B}$  sowie 0 und 1 benutzen. Sie dürfen keine weiteren Bausteine oder Gatter benutzen.

**Aufgabe 20: (H) Normalformen einer Schaltfunktion**

(9 Pkt.)

Gegeben ist folgende Wahrheitstabelle:

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- Geben Sie die Schaltfunktion von  $f$  in disjunktiver Normalform (DNF) an.
- Geben Sie die Schaltfunktion von  $f$  in konjunktiver Normalform (KNF) an.

- c. Welche der beiden Darstellungen (KNF, DNF) ist in diesem Fall günstiger? Begründen Sie ihre Aussage unter der Annahme, dass für ein einzelnes Gatter (NOT, AND and OR) Kosten von 1 entstehen.

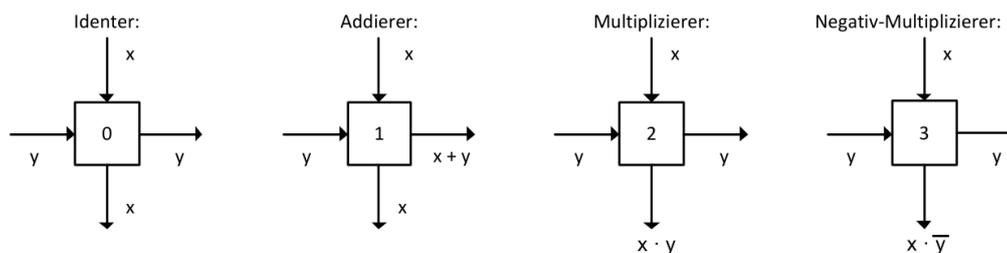
### Aufgabe 21: (H) PLA-Entwurf

(10 Pkt.)

Gegeben sei die folgende Boolesche Funktion

$$f(x, y, z) = (x \cdot y) + (x \cdot z) + (y \cdot z)$$

Realisieren Sie diese Funktion durch ein normiertes PLA, welches aus der minimal möglichen Anzahl an Zeilen und Spalten besteht. Verwenden Sie ausschließlich Bausteine der in Aufgabe 14) dargestellten Typen 0 bis 3. Kennzeichnen Sie in Ihrer Skizze die Und- und die Oder-Ebene. Markieren Sie gesperrte und neutralisierte Eingänge. Beschriften Sie jeden Pfeil (sowohl ausgehende als auch die innerhalb des PLAs) mit der jeweils anliegenden logischen Funktion. Die zur Verfügung stehenden Bausteine sind:



### Aufgabe 22: (H) Einfachauswahlaufgabe: Normalformen und PLA

(5 Pkt.)

Für jede der folgenden Fragen ist eine korrekte Antwort auszuwählen („1 aus n“). Nennen Sie dazu in Ihrer Abgabe die jeweils ausgewählte Antwortnummer ((i), (ii), (iii) oder (iv)). Eine korrekte Antwort ergibt jeweils einen Punkt. Mehrfache Antworten oder eine falsche Antwort werden mit 0 Punkten bewertet.

a) Sei folgende Wahrheitstafel einer Booleschen Funktion gegeben. Was ist die Menge der einschlägigen Indizes?			
	$i$	$x_1$ $x_2$	$f(x_1, x_2)$
	0	0 0	1
	1	0 1	1
	2	1 0	0
	3	1 1	1
(i) {0}	(ii) {0, 1}	(iii) {0, 1, 3}	(iv) {2}
b) Welche der folgenden Mengen an Booleschen Funktionen ist nicht funktional vollständig?			
(i) {AND, OR}	(ii) {AND, NOT}	(iii) {OR, NOT}	(iv) {NAND}

c) Jede Boolesche Funktion $F : B^n \rightarrow B$ ist eindeutig darstellbar als...			
(i) ...Summe der Maxterme ihrer einschlägigen Indizes.	(ii) ...Summe der Minterme ihrer nichteinschlägigen Indizes.	(iii) ...Summe der Minterme ihrer einschlägigen Indizes.	(iv) ...Produkt der Minterme ihrer einschlägigen Indizes.
d) Welche Boolesche Funktion realisiert folgendes PLA?			
(i) $f(x, y, z) = (\bar{y}\bar{z} + xyz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{y}z)$	(ii) $f(x, y, z) = (yz + xy + \bar{x}\bar{z} + \bar{y}\bar{z})$	(iii) $f(x, y, z) = (\bar{y}\bar{z}, \bar{x}yz + \bar{y}z)$	(iv) $f(x, y, z) = (\bar{y}\bar{z}, xyz + \bar{y})$
e) Welcher der folgenden Booleschen Terme ist äquivalent zu $(x_1 \cdot x_2) + x_1 + x_3$ ?			
(i) $(x_1x_2x_3) \cdot (x_1\bar{x}_2x_3)$	(ii) $(x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 + \bar{x}_2 + x_3)$	(iii) $(\bar{x}_1x_2x_3) + (x_1\bar{x}_2x_3)$	(iv) $(x_1 + x_2 + x_3) + (x_1\bar{x}_2x_3)$