

Online-Hausarbeit 6

Intelligente Systeme im Sommersemester 2020

Abgabetermin: Geben Sie Ihre Lösung im Uni2Work bis zur Abgabefrist am 24.07.2020, 18:59 Uhr, ab! Sollten Sie nachweislich Internetprobleme haben, die eine Abgabe bis 18:59 Uhr nicht ermöglichen, so geben Sie bitte bis 23:59 Uhr ab und schreiben uns parallel dazu eine E-Mail, in der Sie um eine verlängerte Abgabefrist bitten und Ihre Umstände erklären.

Aufgabe 1: Evolutionäre Algorithmen – Das Färbungsproblem (2,5+1+2+2+4+3,5 Pkt.)

Beim Färbungsproblem der Graphentheorie geht es darum, für einen gegebenen Graphen bestehend aus Knoten und Kanten sowie einer Menge an gegebenen Farben eine sogenannte **zulässige** Färbung zu finden. Ein Graph ist genau dann zulässig gefärbt, wenn jedem Knoten genau eine Farbe zugeordnet ist und wenn keine zwei benachbarten Knoten dieselbe Farbe besitzen. Zwei Knoten sind benachbart, wenn diese durch eine Kante verbunden sind. In der folgenden Aufgabe sollen die Bestandteile eines evolutionären Algorithmus für die Lösung des Färbungsproblems entwickelt werden. Dabei stehen die fünf Farben R, G, B, W und V zur Verfügung.

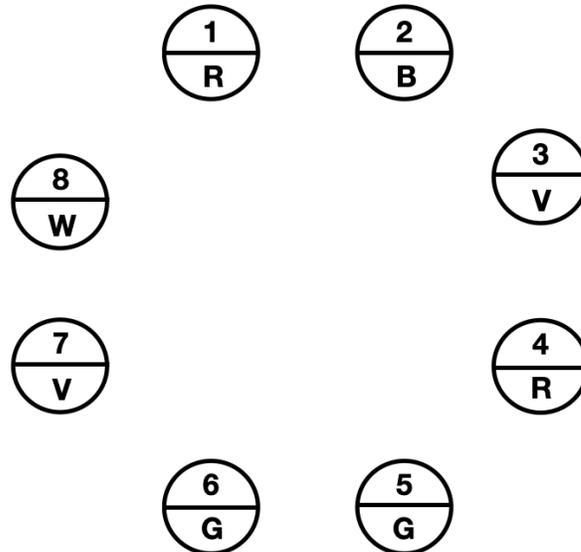
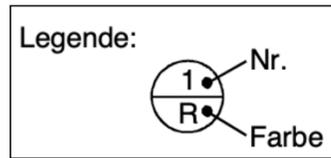
Hinweis: Wir betrachten **nicht** das Färbungsproblem, das versucht, mit einer minimalen Anzahl an Farben eine zulässige Färbung zu finden. Die Anzahl der Farben ist für diese Aufgabe nicht relevant. Es geht lediglich um das Finden einer **zulässigen** Färbung.

Zunächst müssen Sie Ihren eigenen, personalisierten Graphen erstellen, der das Individuum $A^{(1)}$ der Initial-Population darstellt. In folgender Abbildung sehen Sie acht Knoten ohne Kanten. Die Knoten besitzen eine vorgegebene Ausgangsfärbung. Die Kanten müssen Sie nun selbst hinzufügen. Fügen Sie genau zehn Kanten hinzu, sodass folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Es muss sich ein zusammenhängender Graph ergeben, d.h. die Knoten müssen paarweise durch eine Kantenfolge des Graphen verbunden sein.
- Der Graph ist ungerichtet, d.h. zwischen zwei Knoten gibt es höchstens eine Kante, die in beide Richtungen führt.

Zeichnen Sie die Kanten in die Abbildung ein und fügen sie den gezeichneten Graphen Ihrer Abgabe hinzu.

Hinweis: Sie müssen nicht kontrollieren, ob das Färbungsproblem mit der angegebenen Anzahl an Farben für Ihren personalisierten Graphen lösbar ist. Es macht für die Aufgabe keinen Unterschied, ob Sie einen Graphen, für den das Problem lösbar ist, oder einen Graphen, für den das Problem nicht lösbar ist, verwenden.



Bearbeiten Sie folgende Aufgaben für **Ihren persönlich erstellten Graphen**.

- Wie Sie wissen, müssen Lösungskandidaten für einen evolutionären Algorithmus geeignet kodiert werden. Geben Sie eine mögliche, eindeutige Kodierungsvorschrift für das gegebene Problem an, die jedoch **ausschließlich binäre Variablen** verwenden darf. Erläutern Sie kurz diese Kodierungsvorschrift. Geben Sie außerdem die entsprechende Kodierung für Ihren personalisierten Graphen, d.h. für Initialzustand $A^{(1)}$, an.
- Färben Sie in Ihrem Zustand $A^{(1)}$ die Knoten 3, 4 und 7 mit der Farbe G und erzeugen so ein zweites Individuum $A^{(2)}$. Geben Sie auch für dieses Individuum sowohl den resultierenden Graphen als Zeichnung (d.h. Phänotyp) als auch die zur **in Teilaufgabe a) definierten Kodierung passenden** Zeichenkette (d.h. Genotyp) an.
- Geben Sie eine eindeutige Fitnessfunktion an, mit der die Einfärbung eines beliebigen, zusammenhängenden, ungerichteten Graphen bewertet werden kann und erläutern Sie diese Funktion kurz. Vergessen Sie nicht zu erwähnen, ob Sie maximieren oder minimieren möchten.
Hinweis: Bei der Definition der Fitnessfunktion akzeptieren wir eine mathematische Funktion oder die Beschreibung der Fitnessfunktion in Textform. Wenn Sie "Hilfsfunktionen" benötigen, so beschreiben Sie diese. Achten Sie bei Definition und Beschreibung darauf, dass diese exakt und eindeutig sind.
- Berechnen Sie die Fitnesswerte für die Individuen $A^{(1)}$ und $A^{(2)}$ **mit der von Ihnen in Teilaufgabe c) definierten Fitnessfunktion**. Geben Sie zudem den niedrigsten und höchsten Fitnesswert an, den ein Individuum für **Ihren persönlich erstellten Graphen** annehmen kann.

- e. (i) Beschreiben Sie für das gegebene Problem und unter Verwendung der **von Ihnen in Teilaufgabe a) definierten Kodierung** einen möglichen, eindeutigen Rekombinations-Operator, der aus genau zwei Eltern-Individuen genau zwei Kinder-Individuen generiert. Erläutern Sie diesen Operator kurz.
- (ii) Demonstrieren Sie die Funktionsweise Ihres soeben definierten Rekombinations-Operators anhand der Individuen $A^{(1)}$ und $A^{(2)}$ als Eltern-Individuen. Geben Sie auch die resultierenden Kinder-Individuen an.
- (iii) Kann der von Ihnen definierte Rekombinations-Operator Individuen erzeugen, die den Suchraum verlassen? Begründen Sie Ihre Antwort und nennen Sie, wenn möglich, ein Beispiel.
- f. (i) Definieren Sie für das gegebene Problem und unter Verwendung der von Ihnen in Teilaufgabe a) definierten Kodierung einen möglichen, eindeutigen Mutations-Operator und beschreiben diesen kurz. Geben Sie ein Beispiel für eine Mutation des Individuums $A^{(1)}$ mit dem von Ihnen definierten Mutations-Operator an.
- (ii) Kann unter Verwendung Ihres soeben definierten Mutations-Operators der Suchraum verlassen werden? Begründen Sie Ihre Antwort. Wenn der Suchraum verlassen werden kann, beschreiben Sie eine Möglichkeit, wie der evolutionäre Algorithmus im weiteren Verlauf der Ausführung mit den entstehenden Individuen außerhalb des Suchraums umgehen soll. Wenn der Suchraum nicht verlassen werden kann, beschreiben Sie was notwendig wäre, damit dies geschieht.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass die abgegebene Lösung alleinig durch mich angefertigt wurde und ohne die Hilfe Dritter entstanden ist. Insbesondere habe ich keine Lösungen von Dritten teilweise oder gänzlich abgegeben.

Matrikelnummer, Name

Ort, Datum

Unterschrift